

CONFRONTATION AUX OBJETS ET PROCESSUS DE CONCEPTUALISATION EN GÉOMÉTRIE À LA FIN DE L'ÉCOLE PRIMAIRE, RÔLE DES INTERACTIONS LANGAGIÈRES

Anne-Cécile Mathé,
Université d'Artois, IUFM Nord Pas de Calais
ac.mathe@club-internet.fr

Introduction

Le domaine de la géométrie à l'école primaire, parce qu'il conjugue de façon forte un travail sur des objets visuels et la construction d'une théorie traduisant une manière spécifique d'interpréter le réel, offre un champ d'étude privilégié à l'analyse des liens qu'entretiennent confrontations aux objets et processus de conceptualisation. En effet, les activités de géométrie à l'école primaire proposent essentiellement un travail sur des objets concrets, qu'il s'agisse de tracés de figures planes, de représentations planes ou de maquettes de solides. La confrontation aux objets dans les situations d'apprentissage en géométrie constitue donc une pratique courante et partagée par les professeurs des écoles. Toutefois, les travaux de recherche que j'ai pu développer ces dernières années autour de l'enseignement de la géométrie en cycle 3 de l'école primaire m'ont amenée à mesurer des dysfonctionnements importants et récurrents dans l'articulation, la mise en lien, de ces situations d'action sur les objets concrets et le processus de construction des concepts géométriques visés par l'apprentissage car, soit les élèves témoignent des difficultés à accéder aux concepts visés à partir des actions sur les objets, soit l'action sur les objets s'avère impossible car elle nécessite de la part des élèves la mise en fonctionnement de concepts supposés accessibles par l'enseignant car préalablement définis mais dont le sens s'avère non partagé et donc la connaissance non opératoire en situation d'action.

En m'appuyant sur une présentation de travaux engagés par un groupe de l'IUFM Nord-Pas-de Calais¹, je souhaite d'abord interroger les conditions permettant d'articuler confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie à la fin de l'école primaire. Je porterai ensuite une attention particulière au rôle et à la portée d'un travail dans et sur le langage dans le mouvement dialectique entre objets et concepts en situation d'apprentissage en géométrie à la fin de l'école primaire, à partir de la présentation d'une activité de géométrie plane conçue par le groupe cité et mise en œuvre dans une classe de CM1 à Lille puis de la présentation d'une analyse d'interactions langagières observées lors de la mise en œuvre d'un travail sur les solides dans une classe de CM1-CM2 du département de l'Ain.

I. La confrontation aux objets en géométrie à la fin de l'école primaire : étude de conditions nécessaires au processus de conceptualisation en géométrie

¹ Ce groupe réunit Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Raymond Duval, Marc Godin, Jean-Robert Delplace, Bachir Keskessa, Odile Verbaere

Les changements de regard sur les figures, un pré-requis à une épreuve des objets effective en géométrie à l'école primaire

Le premier exemple présenté dans le but d'apporter des pistes de réflexion sur la place de la confrontation aux objets dans le processus de conceptualisation s'ancre dans une recherche menée par un groupe de l'IUFM Nord – Pas de Calais, groupe auquel je suis associée depuis septembre 2007, autour de l'enseignement de la géométrie plane à l'école primaire. Le point de départ de cette recherche réside dans le constat que l'organisation des objectifs d'enseignement en géométrie plane, dès l'école primaire, conduit les élèves à construire, à partir d'un travail sur des formes en deux dimensions, des concepts liés à des propriétés, des relations entre des objets relevant d'objets théoriques à une dimension (le segment, la droite), voire de dimension zéro (le point). De la maternelle au collège, les élèves sont amenés à passer d'une vision de figures comme assemblages de surfaces à une vision en termes de lignes et de points permettant de faire correspondre propriétés de l'espace graphique et propriétés géométriques. Or Duval et Godin (2005) soulignent qu'un tel ordre d'introduction des connaissances se heurte à la manière dont les figures sont perçues et interprétées en dehors des mathématiques. Ce qui, d'emblée, est reconnu comme une forme 2D ne se décompose pas perceptivement en un réseau de formes 1D : « l'introduction des connaissances géométriques va à l'encontre des processus spontanés d'identification visuelle des formes » (Duval, Godin, op.cité p.7). Or le témoignage de professeurs avec lesquels nous travaillons dans les écoles et de nombreux travaux de recherches (Celi (2002), Berthelot et Salin (2000)), soulignent les difficultés des élèves concernant l'appréhension de la figure dans la résolution de problèmes de géométrie au collège notamment, y compris dans le passage à la démonstration (Keskessa, Perrin-Glorian et Delplace (2007, p.35). L'entrée dans un processus de conceptualisation en géométrie à l'école implique la prise en compte par l'enseignant d'un travail autour de la déconstruction dimensionnelle des figures et de la capacité des élèves à exercer un changement de regard sur ces objets. Les questions en jeu relèvent donc des conditions permettant aux élèves, via la construction d'un rapport adéquat aux objets concrets, d'entrer dans un mécanisme de va-et-vient entre objets et cadre théorique. Pour nous, cette épreuve des objets ne peut être effective que si l'on permet aux élèves un développement de leurs capacités d'analyse visuelle des figures : « sans une telle transformation de la manière spontanée et prédominante de voir, toutes les formulations de propriétés géométriques risquent d'être des formulations qui tournent à vide » (Duval, Godin (2005, p.8). Deux questions restent à étudier au regard de la question qui nous intéresse dans ce symposium : comment permettre aux élèves et aux enseignants de travailler la question du rapport aux figures, condition nécessaire à l'établissement d'un lien entre objets et concepts ? Dans quelle mesure, sous quelles conditions, l'épreuve des objets et les allers-retours entre objets et concepts sont-ils éléments constitutifs du processus de conceptualisation ?

Comment amener les élèves à un changement de regard sur les objets pour un va-et-vient possible entre figures et concepts géométriques ?

La problématique d'acquisition par les élèves d'un rapport aux figures spécifique à la géométrie, c'est-à-dire, d'une mobilité du regard entre surfaces, lignes et points dans la vision d'une figure, nous a conduit à un travail autour de la conception et de la mise en œuvre, en classe de cycle 3, de situations de résolution de problèmes dans lesquelles c'est précisément cette mobilité qui permet la résolution du problème. Nous « faisons l'hypothèse qu'il est possible d'amorcer, à partir de situations bien choisies, un travail sur les figures planes qui permette le développement chez l'élève d'habiletés en analyse de figures géométriques favorisant la mobilité du regard que nous cherchons » (Keskessa, Perrin-Glorian et Delplace (2007, p.37). Dans leurs articles, Duval et Godin (2005) et Keskessa, Perrin-Glorian et Delplace (2007) présentent des exemples de telles situations. Nous nous intéresserons ici plus particulièrement aux situations mises en place dans une classe de cycle 3 amenant les élèves à

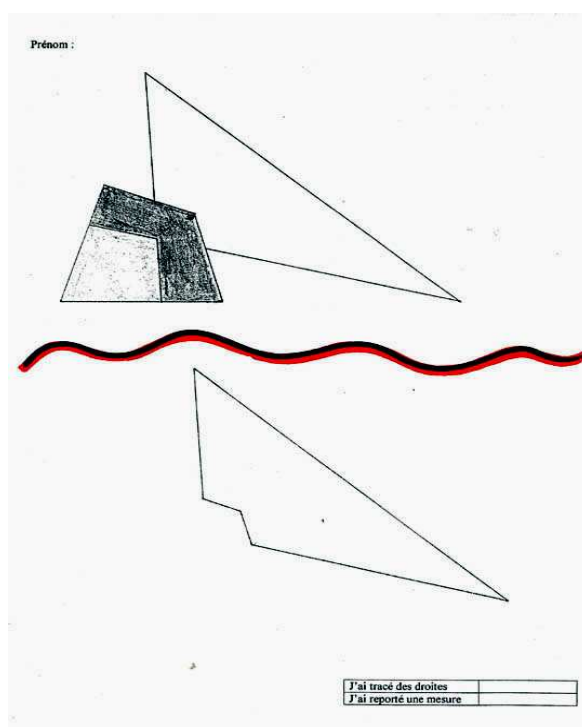
mettre en évidence, sur des figures complexes, des propriétés d'alignement et d'intersection et, à travers elles, à travailler les notions de segment, de droite et de point. Le principe de ces situations, appelées « situations de restauration de figures », consiste à demander aux élèves de reproduire une figure modèle donnée à partir d'une amorce (ou partie) de cette figure. Il n'est donné aux élèves aucune indication de mesure de longueur. Ceux-ci ont à leur disposition tous les instruments disponibles. Toutefois, il est introduit un système de coût à l'utilisation des instruments, ce qui permet la réussite par des procédures diverses convoquant plus ou moins de connaissances géométriques, mais incite à utiliser certains instruments plutôt que d'autres et donc à faire émerger certaines propriétés de la figure et à développer les connaissances géométriques visées. Pour les situations qui nous intéressent ici, les restaurations des figures demande l'identification de lignes qui permettent la construction des points nécessaires à la reproduction, ce que nous avons appelé trame de la figure. Outre les propriétés géométriques de la figure à reproduire, les variables didactiques sont les propriétés de l'amorce fournie (y compris si la taille est respectée ou non), les instruments disponibles et les règles de définition du coût de l'usage des instruments.

Un exemple de situation

La situation que je souhaite vous présenter ici succinctement est une situation de restauration proposée aux douze élèves de CM1 d'une classe de CE2 – CM1 de l'école Ampère de Lille.

Les objectifs de l'activité consistent pour l'enseignant à mener les élèves à mettre en évidence les propriétés d'alignement de segments et de points sur une figure donnée et à utiliser ces propriétés pour construire des droites et localiser des points. Pour les élèves, l'objectif est de compléter une amorce afin de restaurer une figure modèle, en mettant en œuvre la méthode la moins coûteuse possible.

La fiche distribuée aux élèves est partagée en deux parties : en haut, la figure modèle, en bas, l'amorce de la figure à compléter afin de reproduire exactement la figure modèle :



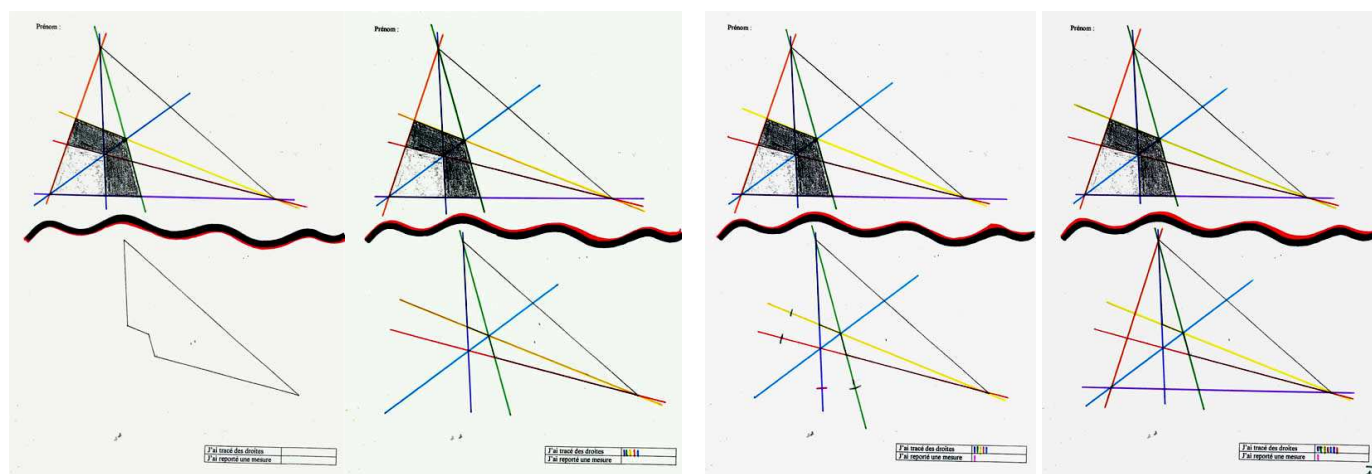
Les élèves ont à leur disposition une réglette non graduée dite « informable » (sur laquelle il est possible d'écrire) violette permettant à la fois l'analyse de la figure modèle et les reports de longueurs de la figure modèle à la figure en construction et une réglette non graduée non « informable » (plastifiée) blanche permettant de tracer des droites sur F2.

Les règles de coût de la restauration sont les suivantes :

- 0 point pour le tracé d'une droite sur la figure modèle : l'analyse de la figure, via l'utilisation de la réglette violette, est « gratuite »;
- 1 point pour le tracé d'une droite, avec la réglette blanche, pour compléter l'amorce;
- 3 points pour un report de longueur, au moyen de la réglette violette, de la figure modèle à la figure à construire.

Les élèves assignent une couleur à chaque droite tracée lors de l'analyse de la figure modèle et inscrivent un trait de la même couleur dans le cadre prévu lorsqu'ils tracent la droite correspondante dans la seconde partie de la fiche. Ils notent ainsi chaque action effectuée sous forme d'une « écriture additive », ce qui les aide ensuite à compter le coût de leur restauration.

Au vu du choix des propriétés de la figure et des règles de coût choisies, la procédure attendue des élèves est la suivante :



1. Analyse de la figure modèle au regard de l'amorce. L'élève trace sept droites « remarquables » matérialisant des propriétés d'alignement de points et lui permettant de compléter l'amorce.

2. L'élève commence par tracer les cinq droites qu'il peut construire à partir des segments et points figurant dans l'amorce. Apparaît ainsi un des points à construire. Pour chaque droite tracée, il inscrit un trait de la couleur correspondante dans la case « j'ai tracé une droite ».

3. L'élève doit recourir à un report de longueur du modèle à la figure à compléter. (Plusieurs stratégies possibles) Il inscrit un trait dans la case « j'ai reporté une mesure ».

4. L'élève peut tracer les deux droites manquantes et faire apparaître les cinq autres points. La figure est restaurée. L'élève valide alors sa production par superposition avec un papier calque puis compte le coût de sa restauration.

La figure choisie présente de façon sous-jacente un réseau riche de propriétés d'alignement de segments et de points. Nous le voyons plus précisément à travers la présentation de cette situation, le choix de l'amorce détermine la nature du différentiel entre amorce et figure modèle et définit donc la nature de l'invisible que les élèves vont avoir à mettre en évidence lors de l'analyse de la figure modèle afin de parvenir à construire une figure identique à partir de l'amorce. L'analyse de la situation et l'observation de la mise en œuvre de la séance en classe nous montrent que les élèves appréhendent d'abord la figure modèle et l'amorce comme surfaces ou assemblage de surfaces, conformément à ce que serait la vision spontanée de l'objet hors du contexte de la géométrie. Toutefois, le choix de la figure modèle et de

l'amorce d'abord et les règles de coût ensuite amènent les élèves à modifier leur regard sur ces objets et à considérer les propriétés visuelles traduisant les positions relatives des bords de ces surfaces puis les propriétés relevant des positions relatives des points d'intersection de ces bords. C'est le jeu sur les instruments, via l'analyse des figures en termes d'unités de dimension un ou zéro que l'utilisation de ces instruments induisent, qui provoque le changement de rapport des élèves aux objets et pourrait leur permettre l'articulation entre l'analyse perceptive et l'analyse géométrique des figures.

Ce travail montre ainsi qu'entrer dans la géométrie, c'est-à-dire apprendre à voir et analyser une figure en géométrie, constitue à l'école un enjeu d'apprentissage majeur dont nous soutenons qu'il ne peut se faire que par le biais d'une épreuve des objets. Plus encore, le jeu sur les instruments s'avère être une clé permettant à l'enseignant d'inverser la prédominance chez les élèves d'une analyse perceptive sur une analyse « géométrique » des figures. Le travail de recherche et l'analyse de cette situation en particulier nous ouvrent donc des pistes quant à des modalités qui permettraient à ces confrontations aux objets d'être un élément constitutif du processus de conceptualisation : entrer dans la géométrie nécessite un changement de regard sur les objets, l'enseignant peut accompagner les élèves à exercer ces modifications de la manière de voir les objets par un travail sur les instruments dans des situations de restauration de figures. Toutefois, si l'on revient à la situation présentée, la question des conditions permettant l'articulation entre travail sur les objets et conceptualisation est loin d'être résolue. En effet, si la situation permet effectivement d'accompagner les élèves dans une déconstruction dimensionnelle des figures et les amène à passer d'une analyse perceptive des figures en termes de surfaces à la mise en évidence puis l'utilisation de propriétés quant aux positions relatives d'unités de dimension un (les bords des surfaces puis les lignes matérialisant les propriétés d'alignement de ces bords) ou zéro (les points d'intersection de ces bords ou lignes), on peut cependant se demander si les élèves parviennent à inclure dans le cadre théorique de la géométrie les propriétés visuelles qu'ils dégagent. En particulier on peut se demander s'ils reconnaissent les propriétés géométriques qu'ils font émerger (deux points sont nécessaires à déterminer une droite, deux droites sécantes admettent un seul et unique point d'intersection, tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre de ce cercle...) lorsqu'ils travaillent sur les objets concrets et particuliers que sont les figures, les traits qui en délimitent les contours, les lignes, prolongement de ces traits ou les points, point d'intersection de ces lignes. Plusieurs indices nous laissent à penser que non. Je mentionnerai un exemple d'échange relevé lors de la mise en commun organisée par l'enseignante à la fin de l'activité. Les élèves ont explicité et confronté les procédures leur ayant permis d'effectuer avec succès les deux premières étapes de la résolution de la tâche. Ils doivent maintenant expliquer les stratégies qu'ils ont élaborées pour placer les deux autres droites, c'est-à-dire expliquer comment ils ont procédé pour effectuer un report de mesure de la figure modèle à la figure en construction. Un élève vient alors au tableau et explique qu'à l'aide de la règle informable, il est parvenu à placer le sommet manquant du triangle « englobant » la figure complexe à restaurer en faisant pivoter autour d'un des sommets de ce triangle la règle informable sur laquelle il avait relevé la longueur d'un des côtés du triangle. Le sommet est ainsi obtenu comme point d'intersection de l'arc de cercle formé et d'une des droites déjà tracées. L'enseignante valide cette procédure et reprend la formulation de l'élève : « on peut faire bouger la règle jusqu'à ce qu'il touche la droite rose », sans que jamais ne soient mentionnées les notions de cercle ou de point d'intersection du cercle et de la droite. Or la technique élaborée par l'élève aurait pu donner lieu à l'explicitation des propriétés géométriques qu'elle mettait en œuvre : un cercle est l'ensemble des points situés à égale distance de son centre, la droite et le cercle admettent ici deux points d'intersection.

Comment alors accompagner les élèves à mettre en relation ces connaissances émergeant dans l'action avec le cadre théorique de la géométrie, puisque tel est bien l'enjeu de l'apprentissage ? Qu'est-ce qui, dans les modalités de la confrontation aux objets que l'on organise, engendre ces difficultés ?² Si nous replaçons ces questions dans la problématique générale du symposium, les questions posées relèvent des conditions qui permettent aux élèves d'articuler, en situation d'action sur les objets, action sur des objets matériels et construction de concepts géométriques. Nous le voyons, les difficultés rencontrées tiennent de la difficulté, dans la situation, d'aménager des allers-retours entre objets et concepts. Le travail montre que le processus de construction de concepts nécessite de mener avec les élèves un questionnement sur le rapport aux objets en géométrie. Il montre également que, pour que les élèves puissent construire des connaissances géométriques à partir du travail sur les objets, il est incontournable d'organiser un lieu dans lequel ceux-ci soient amenés à convoquer les concepts géométriques en jeu : subsumer le trait dans le concept du segment, la ligne qu'il trace dans le concept de droite...

Une première piste de réflexion concernant ces questions interroge les conditions qui permettraient de faire des instruments un lieu de traduction non seulement de propriétés visuelles en propriétés géométriques mais aussi de propriétés géométriques en propriétés visuelles (propriétés dégagées de l'analyse de l'objet)³. Une seconde piste consiste à analyser le rôle du langage, via un travail sur la formulation par les élèves des actions engagées, dans cette interaction entre confrontation aux objets et processus de conceptualisation.

Le jeu sur les instruments, une piste didactique pour un va-et-vient entre objets et concepts

Il nous paraît tout d'abord important de distinguer deux dimensions dans l'utilisation des instruments de tracé usuels en géométrie, en particulier à la fin de l'école primaire. D'une part, les instruments peuvent servir à repérer ou construire des unités visuelles (ou objets) de dimension un. L'instrument est alors considéré comme outil permettant de repérer ou de déposer des éléments graphiques. D'autre part, l'utilisation d'un instrument peut relever de la mise en œuvre des propriétés géométriques. L'instrument devient alors instrument de géométrie servant à représenter, dans un certain registre de représentation, un objet théorique en fonction des propriétés géométriques que les élèves lui reconnaissent et dont ils ont besoin pour la résolution du problème. Le travail engagé autour de l'acquisition par les élèves des techniques d'utilisation des instruments de tracés usuels en géométrie (règle, équerre, compas...) s'attache à montrer, à travers l'analyse de situations en classe, que « l'usage des instruments ne va pas de soi et qu'une présentation ostensive ne saurait suffire pour que les élèves puissent acquérir des schèmes d'utilisation des instruments qui lui permettent de conjuguer maîtrise technique et utilisation à bon escient des propriétés géométriques » (Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006, p.7)). La conception et l'analyse de progressions visant à la construction par les élèves des modes d'utilisation des instruments usuels en fin d'école primaire est en cours. Cette piste nous paraît constituer une ouverture intéressante pour l'analyse des conditions permettant d'articuler confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie.

Le rôle central du travail sur le langage dans les conditions des allers-retours entre objets et concepts

Par ailleurs, il nous paraît tout à fait essentiel de rapprocher l'étude des conditions de va-et-vient entre objets et concepts nécessaires au processus de conceptualisation de l'idée selon l'apprentissage de la géométrie est une « acculturation » (Sarrazy, 2005), c'est-à-dire la

² Le groupe de recherche poursuit les travaux dans ce sens, en interrogeant notamment la place et le rôle de l'enseignant dans la situation.

³ Cette réflexion est en particulier animée par Marc Godin (voir Perrin-Glorian et Godin (2008), à paraître)

construction d'une capacité à voir les objets de façon idoine au cadre spécifique de la géométrie (appréhension des objets qui mobilisent les connaissances géométriques). On ne saurait alors négliger le rôle du langage dans les possibilités d'allers-retours entre objets et concepts dans les situations d'actions sur les objets étudiés, allers-retours qui supposent la capacité à intégrer les données observationnelles dégagées de l'analyse perceptive des figures au cadre théorique que constitue la géométrie. Mes travaux de thèse notamment (Mathé, 2006) me conduisent en effet à soutenir que le changement de regard sur les objets est fondamentalement concomitant à un changement de langage sur ces objets et qu'un travail dans et sur le langage en situation de confrontation aux objets constitue un lieu pertinent à une articulation entre objets et concepts.

Dans le cas de la situation présentée précédemment, par le choix de la tâche, de la figure modèle, de l'amorce, des règles de malus, les élèves sont amenés à entrer dans une démarche de déconstruction dimensionnelle des figures et à relever des propriétés géométriques relevant de l'alignement de segments ou de points d'intersection de droites portant ces segments. Une première observation attentive du langage mis en œuvre par les élèves dans la situation montre alors que, lorsqu'ils formulent leurs actions, les élèves modifient de façon simultanée la façon dont ils désignent les objets, passant d'expressions telles que « la forme » à l'évocation des « bords » puis de « traits » pour enfin parler de « droites », de « points ». L'action amène les élèves à sélectionner parmi les propriétés visuelles qu'ils identifient sur les objets, les propriétés qu'ils reconnaissent à l'objet et dont ils ont besoin pour résoudre le problème. Soumis à des contraintes d'explicitation, ils ont alors besoin et construisent un langage qui met en lien l'objet et les propriétés qu'ils prennent en compte pour l'action : lorsqu'ils prolongent un segment afin de mettre en évidence que deux segments sont portés par la même droite par exemple, les élèves ont besoin d'un terme leur permettant de distinguer segment (ou « trait ») auquel ils reconnaissent deux extrémités et la droite. Le choix du terme est alors pris en charge par l'enseignant qui assure la conformité du langage qui se construit avec les usages scolaires et institutionnels. Les élèves ajustent la manière dont ils voient les choses, dont ils utilisent les instruments et la façon dont ils parlent des choses pour se donner des moyens d'agir de façon opératoire dans la situation. C'est alors en reconnaissant des propriétés communes à différents objets qu'ils manipulent, les différents segments délimitant la figure ou les droites portant ces segments par exemple, que les élèves subsument ces objets dans les concepts géométriques de segments ou de droites. Les élèves donnent sens aux concepts et construisent des connaissances à leurs sujets en les remplissant d'objets vérifiant des propriétés communes. Se construit progressivement, sous les contraintes de l'action, une manière de voir et un langage spécifiques à la géométrie. Je soutiens donc que le travail dans et sur le langage constitue une clé permettant de faire fonctionner en situation d'action les va-et-vient entre objets et concepts au cœur du processus de conceptualisation en géométrie à l'école primaire. Cette position m'amène ainsi à remettre en cause par exemple l'utilisation systématique des couleurs, conçue dans l'optique d'aider les élèves à repérer les objets qu'ils manipulent. Si la couleur constitue, il est vrai, un véhicule performant à l'élaboration d'un historique de la restauration, elle permet également aux élèves et à l'enseignant de contourner la nécessité de trouver un langage pour désigner les objets de façon opératoire (droite, segment, droite passant par le point A et le point B, point E, intersection des droites d_1 et d_2 ...). Or nous venons de voir que la construction de ce langage jouait un rôle essentiel dans l'ajustement de la manière dont les élèves voient et manipulent les objets et dans leur capacité à inclure ces objets dans le cadre théorique de la géométrie. Il me semble également tout à fait essentiel d'accorder une attention particulière aux contraintes d'explicitation des objets que les élèves manipulent et de formulation des actions qu'ils mettent en place. Mais nous ne faisons qu'aborder ces questions dans le groupe de recherche et le travail autour du rôle du langage vers une étude des modalités qui, en situation, permet la

mise en œuvre par les élèves d'un tel travail continue. Je n'irai donc pas plus loin dans l'analyse du rôle du langage et des interactions langagières dans le type de situations évoqué ici. Toutefois, dans l'objectif d'étayer ces propos et d'insister sur le rôle central du langage dans la mise en œuvre d'allers-retours entre objets et concepts que nous avons montrés nécessaires au processus de conceptualisation en géométrie, je souhaite terminer ce texte en présentant, à travers un second exemple de situation, une analyse des enjeux des interactions langagières en classe de géométrie, une nouvelle fois en cycle 3 de l'école primaire, analyse développée dans ma thèse (Mathé, 2006).

II. Confrontation aux objets concrets et interactions langagières, un lieu permettant un questionnement sur le sens des concepts

La situation que j'évoque ici constitue également une situation de confrontation à des objets concrets : il s'agit d'une activité de classement de solides présentés aux élèves sous forme d'emballages ménagers pour laquelle les élèves vont devoir convoquer et mettre en œuvre les concepts de face (de solides), polygone, côté (de polygones) et d'arêtes. Pour l'enseignant, l'objectif de cette activité était d'amener les élèves à convoquer leurs connaissances sur les objets théoriques que constituent les solides et les polygones en situation d'action sur les objets concrets que sont les emballages et autres objets (boîtes de lessive ou d'emballage de différentes proportions, boîte de camembert, boîte de « Toblerone », balles de tennis...). Les concepts de *face de solide*, *polygone*, *côté* étaient alors supposés disponibles aux élèves par l'enseignant dans la mesure où ces concepts avaient déjà été définis en classe (les élèves disposaient par exemple dans leur cahier de leçon d'une définition de polygone comme « forme à plusieurs côtés ») et où les élèves avaient rencontré et utilisé ces concepts dans d'autres situations au cours de l'année et des années précédentes. Conformément aux attentes de l'enseignant, les élèves, par le biais d'une discussion collective, s'étaient d'abord mis d'accord pour retenir comme critères de classement « la forme » des objets puis la « forme de leurs faces ». Ils avaient ensuite dégagé deux classes d'objets « les formes polygonales » et les « formes rondes ». Mais rapidement le travail sur les objets et les interactions langagières accompagnant la mise en commun des analyses de ces objets ont révélé de profondes divergences quant aux significations que les élèves assignaient aux termes en jeu, la convocation des concepts théoriques faisant alors obstacle aux possibilités d'une action commune sur les objets. Après avoir illustré les difficultés rencontrées à travers quelques exemples d'interactions langagières observées, je montrerai dans quelle mesure le travail dans et sur le langage mis en œuvre par l'enseignant au regard de ces difficultés non anticipées a permis de générer, à partir d'un travail sur les objets, un questionnement riche et pertinent sur les objets théoriques en jeu. Mon but consiste ici à montrer dans quelle mesure l'épreuve des objets, appuyée par un travail dans et sur le langage sur ces objets dans le contexte de l'action proposée par la situation, donne lieu à un questionnement sur les concepts géométriques enjeux de l'apprentissage.

Afin d'analyser les interactions langagières observées en situation et de comprendre ce qui s'y joue, j'ai choisi de me centrer sur l'analyse du dispositif en termes de jeux de langage (au sens de Wittgenstein) et de conjuguer cadre théorique de la Théorie des Situations Didactiques et outils conceptuels issus de la sémantique logique, en utilisant essentiellement les travaux de Frege, Wittgenstein et Quine. Cette étude s'insère dans une recherche plus large soutenue par un groupe pluridisciplinaire associant essentiellement des membres du

LIRDHIST⁴ autour d'un thème intitulé « Jeux et enjeux de langage dans la construction des savoirs à l'école ». Cette recherche a donné lieu à diverses communications et publications dont les références figurent dans l'ouvrage collectif Durand-Guerrier, Héraud et Tisseron (2006). Outre les ouvrages de référence (Wittgenstein (1945), Quine (1975)), vous trouverez une présentation des outils théoriques issus de la sémantique logique utilisés dans mon travail et de l'utilisation que j'en fais dans l'analyse didactique de situations dans l'article Héraud (2006) figurant dans cet ouvrage collectif et dans ma thèse (Mathé (2006), p.17). *Pour permettre la compréhension des éléments d'analyse présentés ici, je précise simplement que j'appellerai « paradoxe sémantique » le jeu de langage exprimant sous forme problématique la coexistence de valeurs référentielles divergentes attribuables à un même terme (ou expression).*

Mon but ici est de montrer, à travers la présentation d'éléments d'analyse du début de l'activité observée, dans quelle mesure les jeux de langage développés dans l'action (ici, action de classement des objets) constitue un lieu permettant de faire émerger un questionnement sur le sens des concepts que les élèves engagent pour la résolution de la tâche.

Confrontés à la nécessité de classer les objets qui leur sont présentés, les élèves, nous l'avons dit, distinguent deux classes d'objets appelées « les formes polygonales » et « les formes rondes », expressions dont la compréhension semble être partagée. Cependant un élève intervient au cours des échanges pour exprimer sa difficulté à saisir les objets désignés par l'expression « forme polygonale ». Invités par l'enseignant à traduire cette expression, les élèves se réfèrent à la définition dont ils disposent : « un polygone est une forme à plusieurs côtés ». Mais ils identifient avec peine les objets remplissant ce concept.

Une analyse des significations assignées par les élèves au terme « forme » dans les jeux de langage de la situation montre que ceux-ci l'utilisent pour désigner indifféremment l'allure générale d'un solide ou d'une figure plane : le concept de « forme » est donc à la fois rempli par des objets en trois dimensions (« formes des emballages ») et des objets en deux dimensions (« cercle », « ovale »). Notons d'ailleurs qu'il ne peut en être autrement puisque, même si ce mot figure dans les Instructions Officielles relatives au cycle 2, le mot « forme » n'appartient pas au vocabulaire de la géométrie et ne jouit pas de règle d'usage clairement définie dans ce contexte. Les élèves utilisent ce mot en suivant les règles de l'usage qu'ils en connaissent dans le langage courant. Parallèlement, le mot « côté », spontanément associé à l'adjectif « plat », désigne dès le début de l'activité pour les élèves une des faces des solides. Cet usage, bien sûr non conforme à l'usage du mot dans le contexte spécifique de la géométrie, est cependant dans un premier temps opératoire en situation car les élèves en partagent la référence : les élèves délimitent la classe des « formes rondes » par l'expression « formes ont des côtés qui ne sont pas des côtés plats ».

Comme pour le mot « forme », cet usage du terme « côté » ne semblait d'abord pas générer de difficulté dans la mesure où cette signification était certes non adéquate au contexte de la géométrie mais était opératoire en situation puisque les élèves semblaient en partager la référence. Mais le travail d'explicitation de la définition de « polygone », d'abord conçu par l'enseignant comme une phase de rappel d'une leçon précédente, met en lumière dans les échanges langagiers autour de l'action sur les objets la divergence des significations assignées au mot « côté » puis au mot « polygone ». L'enseignant, qui prend conscience des difficultés qui émergent, invite alors un élève à dessiner au tableau « ce qu'il pense être un polygone ». L'élève commence par tracer un rectangle au tableau. Les discussions s'engagent alors pour déterminer le caractère polygonal du rectangle, mais l'élève intervient et signale à l'enseignant qu'il n'avait pas terminé : il voulait dessiner un pavé (« faire les côtés »). Le

⁴ Laboratoire Interdisciplinaire de Recherches en Didactique et Histoire des Sciences et techniques : <http://lirdhist.univ-lyon1.fr>

dessin par un élève d'un objet qu'il pense appartenir à ce concept montre que les élèves ont développé au cours des jeux de langage des interprétations contradictoires du terme « côté ». Alors que la majorité d'entre eux associent à ce mot une face de solide, quelques élèves s'attachent à distinguer les références de « face » et « côté » et interprètent le mot « côté » comme un segment délimitant une figure plane. Se développent alors des échanges entre élèves dans lesquels chacun expose et appuie son interprétation du mot. Les deux parties s'opposent (nous désignons par P, l'enseignant, E1, E2, E3, E4 les élèves) :

P.: Est-ce que tu as dessiné un polygone, c'est-à-dire avec la définition que J. a donnée tout à l'heure ?

E : Ah ben non, parce que là il n'y a pas de côtés.

P. : Il n'y a pas de côtés là ? (E1 prend une boîte cubique et revient au tableau.)

E1 : Par exemple, les côtés c'est ça par exemple (il montre les faces du cube).

P. : Attends. Tu peux expliquer ce que tu entends par côté ?

E2 : Oui, mais il n'y a pas d'arêtes !

E1 : Mais si, ça c'est les arêtes (il montre les côtés du rectangle).

E3 : Mais là c'est des faces, c'est pas des côtés.

E1 : Mais si, les côtés c'est bien ça (il montre les faces) et dans la figure (au tableau) il y a pas de côté.

E2 : Non, il n'y a qu'une face.

E4. : Les côtés c'est la largeur.

E1. : En 3D, c'est des polygones mais là c'est une figure plane.

Nous le voyons ici, c'est la situation d'action et la confrontation aux objets qui amènent les élèves (et l'enseignant) à prendre conscience qu'ils ne parviennent pas à se mettre d'accord sur la référence des termes qu'ils convoquent pour l'analyse des objets. Il me semble que cet exemple montre que les objets de discours des élèves portent d'abord sur les éléments matériels de la situation mais dans leur utilisation par les élèves, ces éléments sont inséparables des connaissances à leur sujet : les objets sont avant tout des systèmes de représentation. Ceci illustre les propos de Tisseron (2005, p.1) selon lequel « l'objet apparaît comme un système constitué des éléments matériels, éventuellement symboliques, qui le rendent identifiable ainsi que de la connaissance de ses règles de manipulation ». Or ces règles de manipulation dépendent du contexte d'utilisation et une même chose peut se décrire suivant plusieurs significations, comme le montrent les interprétations contradictoires des élèves des mots « forme » ou « côté ». Un même objet peut, par conséquent, donner lieu à différents discours significatifs et un même mot, en se référant à différentes ontologies, peut signifier plusieurs choses. Nous observons ainsi la coexistence de discours contradictoires sur les objets de la situation, sans que les intervenants n'en aient d'abord conscience. Nous retenons donc de cette analyse le fait que le langage ne se résume pas à catégoriser pour agir, mais que coexistent une multitude de formes d'exercice du langage. Nous retrouvons ici l'idée selon laquelle l'apprentissage de la géométrie induit pour les élèves une modification de la « manière de voir le monde » (ou *acculturation* au sens de Sarrazy) qui passe par un changement référentiel des termes en jeu dans les jeux de langage de la situation. L'épreuve des objets et les jeux de langage auxquels elle donne lieu permettent la mise en lumière et la confrontation effective des discours contradictoires sur les objets et ouvrent ainsi la possibilité d'un questionnement sur le discours à porter sur les objets (et l'usage des mots) dans le contexte de la géométrie.

Pour revenir à l'analyse des enjeux des interactions langagières dans la situation étudiée, le travail de confrontation et d'évaluation des significations divergentes prend en effet la forme d'échanges argumentatifs permettant aux élèves d'explicitier les significations qu'ils assignent aux termes et de prendre conscience des divergences de discours sur les objets quant au sens

qu'ils donnent aux termes de côté et de polygone. Ce travail génère ainsi un questionnement d'ordre linguistique et ontologique (nous rejoignons ici les travaux de Héraud, Clément et Errerra (2004)) : linguistique parce qu'il naît de la contradiction dans l'usage des mots, ontologique parce qu'il porte sur le discours à élaborer sur les choses.

L'enjeu didactique des jeux de langage n'est pas ici de trouver un accord sur l'usage des mots puisque l'usage des mots est réglé, en géométrie, par un usage scientifique et scolaire auquel les élèves doivent se plier, mais de prendre conscience d'une pluralité de significations possibles relatives à un même mot et du caractère contextuel du langage. Ce travail s'avère central dans la possibilité pour les élèves et l'enseignant de dépasser les difficultés liées aux paradoxes sémantiques exprimés. Le langage de la géométrie apparaît alors comme un ensemble linguistique systématisé révélant une façon particulière de voir le monde. La construction de connaissances géométriques nouvelles passe par le changement de la valeur référentielle des termes en jeu. Sans la prise en compte de ce phénomène, les élèves et l'enseignant se trouvent dans l'impossibilité d'échanger de façon opératoire sur les objets et juger de la vérité des propositions apparaissant dans les jeux de langage. Car, en effet, les jeux de langage ne mettent pas seulement en évidence le caractère contextuel de la référence, ils contribuent aussi à l'élaboration de références partagées, dans le contexte pratique de la tâche et dans le contexte théorique de la géométrie. Grâce à des modalités de gestion de débats appropriées et une confrontation aux objets, l'enseignant met le langage en capacité d'interroger la signification des termes en jeu et de construire un autre discours sur les choses, garantissant ainsi les conditions d'allers-retours entre objets et cadres théoriques. Ainsi, les élèves seront amenés à distinguer le sens donné aux termes *côté*, *face*, *arête*, *sommet* dans le contexte de la géométrie de celui qui leur est conféré dans le langage courant. Puis ils produisent un dialogue référentiel visant à définir le champ d'application de ces termes en géométrie et à adopter des significations communes de ces termes lorsqu'ils portent sur des solides à faces toutes planes ou non par exemple.

Soulignons ici que, contrairement à l'idée « d'accord dans le langage » induisant une dimension comportementale aux modalités d'accord, que nous retrouvons chez Wittgenstein ou Quine, les accords d'usage en géométrie (et, nous croyons, dans les mathématiques en général) sont tributaires d'une délimitation réglée de la référence des termes, cette délimitation étant établie et contrôlée à l'école par les Instructions Officielles en vigueur. L'accord ne résulte donc pas ici de la recherche d'un consensus visant à rendre le vocabulaire en jeu opératoire mais les règles d'usage sont fixées indépendamment des jeux de langage de la situation. Nous le disions précédemment, l'enjeu didactique des jeux de langage ne réside pas dans la recherche de cet accord. Le travail dans et sur le langage auquel donne lieu l'épreuve des objets permet : la mise à jour des paradoxes sémantiques sous-jacents aux discours et induisant des malentendus, dont les élèves et l'enseignant ne prennent que rarement conscience à l'école ; la mise en lumière du caractère contextuel du langage et un mouvement dialectique entre questionnement ontologique sur les objets et construction de connaissances sur le sens et les propriétés des concepts en jeu.

Conclusion

Je m'étais engagée, dans l'introduction de ce texte, à interroger les conditions d'articulation entre confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie à la fin de l'école primaire et à apporter des pistes de réflexion quant à la pertinence d'un travail sur le langage pour la mise en œuvre d'une dialectique entre objets concrets et objets théoriques.

Pour commencer, il me paraît important d'insister sur le fait que la succincte présentation de deux situations montre que, si le travail sur les objets constitue aujourd'hui l'essentiel des

activités proposées en géométrie à l'école primaire (et après), l'articulation entre confrontation aux objets et travail sur les concepts géométriques ne va pas de soi.

Tout d'abord, l'interprétation (la lecture) que les élèves peuvent développer d'un objet est multiple. La géométrie constitue une forme de vie (au sens de Wittgenstein) supposant une manière particulière de voir le monde. L'entrée dans la géométrie à partir d'une expérience de l'objet suppose donc un travail permettant aux élèves d'acquérir une capacité à exercer une mobilité du regard sur ces objets. Nous avons évoqué un exemple de situations permettant de prendre en compte ce problème de changement du rapport aux figures dans l'enseignement de la géométrie à la fin de l'école primaire⁵.

Toutefois, la présentation de la mise en œuvre de cette situation en classe nous montre que le travail autour de la construction d'interprétations des objets idoines au cadre théorique de la géométrie constitue une condition nécessaire mais non suffisante à l'articulation entre travail sur les objets et construction de connaissances sur des concepts dans la mesure où le processus de conceptualisation ne peut se faire que dans un mouvement de va-et vient entre objets et concepts en situation d'action sur les objets. La question réside donc dans les modalités qui permettraient d'aménager des allers-retours entre objets et cadre théorique en situation. L'étude de la façon dont les élèves manipulent les objets via les instruments et la conception de situations amenant les élèves à faire progresser leurs usages en situation d'action sur les objets livrent une première piste de réflexion⁶.

Par ailleurs, je tiens à souligner l'importance fondamentale à accorder au travail à la fois dans et sur le langage si l'on veut faire de la confrontation aux objets un élément constitutif du processus de conceptualisation : les élèves n'apprennent pas dans le langage mais par le langage. Parce que le langage est intrinsèquement contextuel et élément indiciel de la forme de vie dans laquelle on se place, c'est-à-dire du discours que l'on porte sur les objets et de la théorie (ou vision du monde) dans laquelle ce discours s'insère, le travail sur la façon dont les élèves désignent les objets pour pouvoir rendre compte de façon opératoire et partagée de leurs actions sur les objets et des propriétés qu'ils reconnaissent à ces objets et qu'ils utilisent pour l'action constitue en effet un véhicule fort d'allers-retours entre objets et cadre théorique de la géométrie. Plus encore, si le rôle du langage est pris en compte par l'enseignant dans la mise en œuvre des situations de confrontation aux objets, nous avons montré que le travail sur le langage pour l'élaboration d'un vocabulaire et de références opératoires pour l'action et spécifiques à la géométrie permet l'émergence, dans un mouvement dialectique entre objets et cadre théorique, d'un questionnement sur le sens des concepts géométriques convoqués pour l'action sur les objets.

Références

BERTHELOT R. ET SALIN M.-H.(2000), L'enseignement de la géométrie au début du collège. *Petit x* n°56, 5-34.

CELI V. (2002), Comparaison de l'enseignement de la géométrie en France et en Italie pour des élèves de 11 à 16 ans. Effets sur leur formation. Thèse, université Paris7

DURAND-GUERRIER V., HÉRAUD J.-L., TISSERON C. (2006) Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration de savoirs en classe, P.U. Lyon

DUVAL R., GODIN M. (2005), Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N* n°76, 7-27

⁵ Il me semble que ce travail pourrait être rapproché d'une étude sur les possibilités d'identifier et de construire avec les élèves une manière spécifique de voir le réel en géométrie.

⁶ Pour approfondir cette question, je vous invite à consulter les travaux du groupe de recherche de l'IUFM Nord-Pas-de Calais cités.

HÉRAUD J.-L., CLÉMENT P., ERRERA J.-P. (2004), Paradoxe sémantique et argumentation : analyse d'une séquence d'enseignement sur les grenouilles au cycle 2, *Aster* n° 38, 123-150.

HÉRAUD J.-L. ET ERRERA J.-P. (2006), Édith ne parle pas, in Durand-Guerrier V., Héraud J. L. Tisseron C. (coord.), *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration des savoirs*, P. U. L.

KESKESSA, B., PERRIN-GLORIAN M.-J., DELPLACE J.-R. (2007), Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, n°79, 33-60.

MATHÉ, A.C. (2006), *Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique. Analyse de la portée des jeux de langage dans un Atelier de géométrie en cycle 3 et modélisation des gestes de l'enseignant en situation*. Thèse, université Lyon 1

OFFRE, B., PERRIN-GLORIAN, M.J. & VERBAERE O. (2006), Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *Grand N* n°77, 7-34, et *Petit x* n°72, 6-39.

Quine W.V.O (1975), Philosophie de la logique, Paris : Aubier - Montaigne

SARRAZY B. (2005). La théorie des situations : une théorie anthropologique des mathématiques? Autour de la théorie des situations, in Clanché P., Salin M.H., Sarrazy B. (dir.) *Sur la théorie des situations didactiques. Questions, réponses, ouvertures... Hommage à Guy Brousseau*. Grenoble, La pensée sauvage (375-390).

TISSERON C. (2005), Autour de la rationalité (en référence à Gilles Gaston Granger), in *Actes électroniques du colloque « Didactiques : quelles référence épistémologiques ? »*, Bordeaux

WITTGENSTEIN L. (1945, trad. 1963 et 2005), *Investigations philosophiques*, Gallimard.